

在庫管理におけるレジリエンス向上のためのリスク評価尺度の考案

上野 信行・栗栖 優・奥原 浩之・韓 虎剛

The risk measure for resilience in the inventory control system

Nobuyuki UENO, Yu KURISU, Koji OKUHARA and Hugang HAN

要 約

レジリエンス（回復力）を考慮した内示生産システムの確立が急務である。内示生産システムにおける在庫管理に資するレジリエンス向上を目指したリスク評価尺度を考案する。1期間の在庫管理のリスク評価尺度に加えて、多期間の在庫管理のリスク評価尺度を考案する。

まず、レジリエンスのために在庫の状況を評価するリスク評価尺度として、代表的なリスク評価尺度である VaR, AVaR を取り上げ、従来から提案されている在庫管理における未達率と平均在庫品切れ量との関係を明らかにする。

次に、多期間における在庫管理におけるリスク評価尺度を提案する。モンテカルロ法をベースとする Excel シミュレータによる数値計算にて、提案したリスク評価尺度の妥当性を明らかにする。最後に、今後の課題を述べる。

ABSTRACT

We propose risk measures for resilience in the inventory system. It is based on an expected stock-out for planning horizon.

Resilience is powers of recovery against risk or business continuity. We research on risk measures in the inventory system to track the risk for resilience. Specially we investigate on risk measures concerned with multi-period.

At first, we explain the representative risk measures, that is, VaR, AVaR and clarify the relationship between unfulfilled-order-rate and the representative risk measure.

Next, we propose risk measures for multi-periods and clarify its validity by numerical experiences. Finally, future research is shown.

キーワード：内示生産システム，レジリエンス，リスク評価尺度，平均在庫品切れ量，未達率，VaR, AVaR

1. はじめに

レジリエンス（回復力）を考慮した内示生産システムの確立が急務である。内示生産システム [1-3] における在庫管理に資するレジリエンス向上を目指したリスク評価尺度を考案する。1期間の在庫管理のリスク評価尺度に加えて、多期間の在庫管理のリスク評価尺度を考案する。

まず、レジリエンスのために在庫の状況を評価するリスク評価尺度として、代表的なリスク評価尺度である VaR, AVaR を取り上げ、従来から提案されている在庫管理における未達率 [4, 5] と平均在庫品切れ量の関係を明らかにする。

次に、多期間における在庫管理におけるリスク評価尺度を提案する。モンテカルロ法をベースとする Excel シミュレータによる数値計算にて、提案したリスク評価尺度の妥当性を明らかにする。最後に、今後の課題を述べる。

本論文は、以下の内容で構成される。

第2章では、レジリエンスの簡単な説明をする。

第3章では、代表的なリスク評価尺度とその性質を述べる。

第4章では、在庫管理における代表的リスク評価尺度の解釈と互いの関係を述べる。また、リスク評価尺度の求め方を述べる。

第5章では、多期間の在庫管理のためのリスク評価尺度を提案し、数値計算にて妥当性を明らかにする。

第6章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。

2. レジリエンス

2.1 レジリエンスとは

レジリエンスとは、「リスクを予想しながら、予見される条件（想定される状況）下あるいは、予見されない条件（想定外の状況）下でも、求められている動作を継続する力あるいは、回復する力」である [6]。

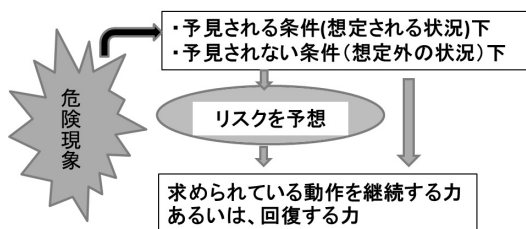


図1 レジリエンスとは

2.2 レジリエンスとリスク評価尺度

レジリエンスが動作を継続する力あるいは、回復する力であるとする、そのために、危険なリスクへの感度の高い認識力（monitoring）が必要である。リスクの大きさを計量する道具として、

リスク評価尺度が重要となる。

3. 代表的なリスク評価尺度とその性質

3.1 代表的なリスク評価尺度

X をリスク（連続型）とする。 X は、例えば、金融商品の利益、支出、あるいは、損失額であり、生産管理分野では、在庫品切れ量である。

Conditional levelを $(1 - \varepsilon)$ とする。あるいは、tail probability ε ともいう。また、確率変数 X の分布関数（distribution function）を $F_X(x)$ とする。代表的なリスク評価尺度として、 $VaR_\varepsilon(X)$ （value-at-risk）、 $AVaR_\varepsilon(X)$ （average value-at-risk）がある。

それぞれは下記のように定義される [7, 8, 9]。

$$VaR_\varepsilon(X) = -\inf\{F(x) \geq \varepsilon\} = -F_X^{-1}(\varepsilon) \quad (1)$$

$$AVaR_\varepsilon(X) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon VaR_p(X) dp \quad (2)$$

であらわされる。

$AVaR_\varepsilon(X)$ は、 $CVaR_\varepsilon(X)$ 、 $TVaR_\varepsilon(X)$ とあらわされることもある [9]。例えば、 $\varepsilon = 1\%$ の $VaR_\varepsilon(X)$ とは、破産する確率が1%となる資本であり、直感的には、100年に1回悪い事態が起こらない限り破産しない資本である。

また、例えば、 $\varepsilon = 1\%$ の $AVaR_\varepsilon(X)$ は、 $VaR_\varepsilon(X)$ の平均であり、直感的には、100年に1回かそれ以上の悪い事態（200年に1回など）が生じた時の支払い保険金総額の期待値と解釈できる。

3.2 リスク評価尺度の満たすべき性質

リスク評価尺度を ρ であらわし、満たすべき性質を述べる。 X 、 Y をリスクをあらわす確率変数とする [7, 8, 9]。

① 単調性（monotonicity）：

任意の X 、 Y に対して、 $P(X \leq Y) = 1$ なら、 $\rho(X) \leq \rho(Y)$ が成立する。

② 劣加法性（subadditivity）：

任意の X 、 Y に対して、 $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ が成立する

③ 正の同次性（positive homogeneity）：

任意の非負定数 c に対して、 $\rho(cX) \leq c\rho(X)$ が成立する

④ 平行移動不変性（translation invariance）：

任意の定数 c に対して、 $\rho(X + c) \leq \rho(X) + c$ が成立する。

$AVaR_\varepsilon(X)$ は、①～④のすべての性質を有しているが、 $VaR_\varepsilon(X)$ は、②の性質は持っていない。従来から、金融分野ではその計算の容易性もあり、 $VaR_\varepsilon(X)$ が多用されている。なお、②③を満たすリスク評価尺度は、凸性を満たす。また、一般に $AVaR_\varepsilon(X)$ の値のほうが、 $VaR_\varepsilon(X)$ より大きい [9]。

4. 在庫管理における代表的リスク評価尺度の解釈と求め方

4.1 未達率と $VaR_\varepsilon(X)$ の関係

X を正規分布に従うリスク（連続型）とすると、 $VaR_\varepsilon(X)$ は、(1)式より図2のように解釈できる。分布関数の確率密度関数を $f(x)$ とすると、

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{-VaR_\varepsilon(X)} f(x) dx$$

とあらわされる。一方、在庫管理における1期間の在庫品切れ確率を意味する未達率 ε は、図3より、

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^0 f(x) dx$$

であらわされる。したがって、未達率は、 $VaR_\varepsilon(X)=0$ となる ε であることがわかる。

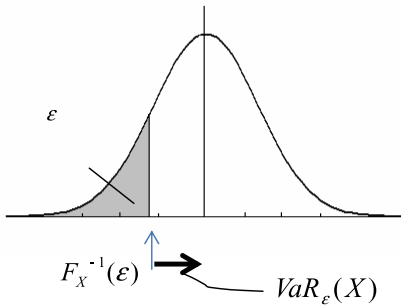


図2 $VaR_\varepsilon(X)$ の解釈

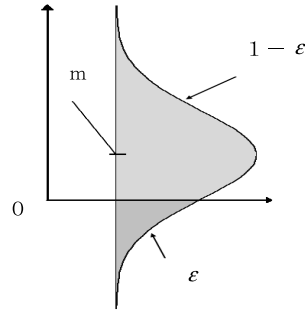


図3 在庫管理における未達率

$VaR_\varepsilon(X)$ は、Excel の NORMINV 関数により、簡単に求めることができる。

4.2 在庫管理における平均在庫品切れ量と $AVaR_\varepsilon(X)$ の関係

1 期間における平均在庫品切れ量を $SVaR(X)$ (Expected Stock-out value-at-risk) として、下記のように定義する。

$$SVaR(X) = -E\{\min(x, 0)\} = -\int_{-\infty}^0 xf(x) dx \quad (3)$$

この時、

$$SVaR(X) = AVaR_\varepsilon(X) \times \varepsilon \quad (4)$$

が成立することを述べる。

(1)(2)式より、

$$AVaR_\varepsilon(X) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon VaR_p(X) dp = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon F_X^{-1}(p) dp \quad (5)$$

$$Y = F_X^{-1}(p) \quad (6)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} F_X(Y) &= p \\ \frac{F_X(Y)}{dY} \times \frac{dY}{dp} &= 1 \\ f(Y)dY &= dp \\ p = \varepsilon &\Rightarrow Y = F_X^{-1}(\varepsilon) \equiv \overline{VaR}_\varepsilon(X) \\ p = 0 &\Rightarrow Y = F_X^{-1}(0) = -\infty \end{aligned} \quad (7)$$

を(5)式に代入して、

$$AVaR_\varepsilon(X) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\overline{VaR}_\varepsilon(X)} Yf(Y)dY \quad (8)$$

となる。

在庫管理において、 ε は、 $\overline{VaR}_\varepsilon(X) = 0$ が成立する値であるから、(8)式は、

$$AVaR_\varepsilon(X) = -\frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^0 Yf(Y)dY = \frac{1}{\varepsilon} SVaR(X) \quad (9)$$

よって、

$$SVaR(X) = \varepsilon \times AVaR_\varepsilon(X) \quad (10)$$

結論としては、

- ① $AVaR$ と $SVaR$ は、互いに関係があり換算できる。
- ② $SVaR$ は、 $AVaR$ の ε 倍であることがわかる。

4. 3 正規分布の場合における $AVaR$ の求め方

4. 2節(8)式に、正規分布(平均0, 分散 σ^2)の確率密度関数 $f(Y)$ を代入する。

$$f(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{Y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11)$$

であるから、

$$Z = \exp\left(-\frac{Y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

とおき、(11)式を用いて、

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{dY} &= -\frac{2Y}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{Y^2}{2\sigma^2}\right) = -\frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} \times Y \times f(Y) \\ Y \times f(Y) \times dY &= -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \times dZ \end{aligned} \quad (13)$$

ここで,

$$Y = \overline{\text{VaR}_\varepsilon(X)} \Rightarrow Z = \exp\left(-\frac{(\overline{\text{VaR}_\varepsilon(X)})^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$Y = -\infty \Rightarrow Z = 0$$

したがって,

$$\begin{aligned} \text{AVaR}_\varepsilon(X) &= \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\exp\left(-\frac{(\text{VaR}_\varepsilon(X))^2}{2\sigma^2}\right)} \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} dZ \\ &= \frac{\sigma}{\varepsilon\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(\text{VaR}_\varepsilon(X))^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで, X は, 正規分布で, 平均0, 分散 σ^2 である。 \tilde{X} を正規分布で, 平均0, 分散1とすると, (14)式は,

$$\text{AVaR}_\varepsilon(X) = \frac{\sigma}{\varepsilon\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(\text{VaR}_\varepsilon(\tilde{X}))^2}{2}\right) \quad (15)$$

5. 数値計算による検証

5.1 計算の前提

5期間の在庫システムを対象として, 11ケースのシミュレーションを行った。

Excelを用いて, 正規分布に従う1万件の需要量パターン(5期間の正規乱数)に対して, 在庫推移を算出した。結果として, ①在庫量の平均 ②期別未達率 ③期別の在庫品切れ量と期間トータルの在庫品切れ量合計 ④期別の平均在庫品切れ量(=SVaR) ⑤ $|e \times \text{AVaR} - \text{SVaR}|$ を集計した。なお, AVaRは, 4.3節の計算法により算出した。

(1) 5期間の在庫システム

表1 内示パターン

1期	2期	3期	4期	5期
10	20	24	6	12

需要のばらつき $\omega = 3$, 初期在庫15, 内示パターンは, 表1のように変動するとしている。

需要量は, 平均を内示量, 標準偏差 $\omega = 3$ の正規乱数を1万回生成し, それぞれの回ごとに, 期別の在庫品切れ量, 在庫品切れ量合計, 在庫品切れ発生有無を算出し, その後, 1万回の集計を行った。

(2) ケースの設定

生産計画を変化させて11ケース作成した。

表2 ケース設定

	生産計画				
	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	24	19	14	9	4
ケース2	23	18.5	14	9.5	5
ケース3	22	18	14	10	6
ケース4	21	17.5	14	10.5	7
ケース5	20	17	14	11	8
ケース6	19	16.5	14	11.5	9
ケース7	18	16	14	12	10
ケース8	17	15.5	14	12.5	11
ケース9	16	15	14	13	12
ケース10	15	14.5	14	13.5	13
ケース11	14	14	14	14	14

5.2 結果

結果を表3～表8に示す。数値はすべて1万回のサンプルを統計処理したものである。

表3 在庫量の平均

	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	28.9872992	28.004361	17.999449	21.0056793	13.0495162
ケース2	27.9872992	26.504361	16.499449	20.0056793	13.0495162
ケース3	26.9872992	25.004361	14.999449	19.0056793	13.0495162
ケース4	25.9872992	23.504361	13.499449	18.0056793	13.0495162
ケース5	24.9872992	22.004361	11.999449	17.0056793	13.0495162
ケース6	23.9872992	20.504361	10.499449	16.0056793	13.0495162
ケース7	22.9872992	19.004361	8.99944899	15.0056793	13.0495162
ケース8	21.9872992	17.504361	7.49944899	14.0056793	13.0495162
ケース9	20.9872992	16.004361	5.99944899	13.0056793	13.0495162
ケース10	19.9872992	14.504361	4.49944899	12.0056793	13.0495162
ケース11	18.9872992	13.004361	2.99944899	11.0056793	13.0495162

表4 期別未達率

	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	2.08882E-22	2.06046E-11	0.000266003	0.000232629	0.026316151
ケース2	5.12963E-21	2.10401E-10	0.000748082	0.00042906	0.026316151
ケース3	1.12859E-19	1.90133E-09	0.001946209	0.000770985	0.026316151
ケース4	2.22478E-18	1.52099E-08	0.004687384	0.001349898	0.026316151
ケース5	3.92987E-17	1.07747E-07	0.010460668	0.002303266	0.026316151
ケース6	6.22096E-16	6.76193E-07	0.021654071	0.003830381	0.026316151
ケース7	8.82619E-15	3.76123E-06	0.041632258	0.006209665	0.026316151
ケース8	1.12249E-13	1.85537E-05	0.074457337	0.009815329	0.026316151
ケース9	1.27981E-12	8.12204E-05	0.124106539	0.01513014	0.026316151
ケース10	1.30839E-11	0.000315783	0.193238115	0.022750132	0.026316151
ケース11	1.1996E-10	0.001091522	0.281851431	0.033376508	0.026316151

表5 期別の在庫品切れ量とその合計

	1期	2期	3期	4期	5期	合計
ケース1	0	0	0.9427806	0.6649073	648.16203	649.76972
ケース2	0	0	4.8991956	2.1066624	648.16203	655.16789
ケース3	0	0	20.636295	7.2807268	648.16203	676.07905
ケース4	0	0	69.815893	18.504658	648.16203	736.48258
ケース5	0	0	193.39814	33.509882	648.16203	875.07005
ケース6	0	0	434.32945	63.611303	648.16203	1146.1028
ケース7	0	0	884.36845	115.7605	648.16203	1648.291
ケース8	0	0	1721.984	197.08877	648.16203	2567.2348
ケース9	0	0.7065355	3167.4197	322.99781	648.16203	4139.286
ケース10	0	3.4427881	5497.7285	515.06055	648.16203	6664.3939
ケース11	0	15.180264	9025.5091	800.47131	648.16203	10489.323

表6 期別AVaR

	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	0.304032322	0.616251492	1.316966462	1.508347589	2.551970409
ケース2	0.31443992	0.648201776	1.409136467	1.567302456	2.551970409
ケース3	0.325569315	0.683492233	1.513617766	1.63057021	2.551970409
ケース4	0.337496522	0.722649565	1.632738137	1.69859193	2.551970409
ケース5	0.350308349	0.766311346	1.769365384	1.771864003	2.551970409
ケース6	0.364104337	0.815255017	1.927043431	1.850945862	2.551970409
ケース7	0.378999106	0.870435822	2.110158515	1.936468786	2.551970409
ケース8	0.395125243	0.93303678	2.324135991	2.029145892	2.551970409
ケース9	0.41263684	1.0045349	2.57566144	2.129783392	2.551970409
ケース10	0.431713881	1.086789364	2.872906458	2.239293197	2.551970409
ケース11	0.452567698	1.182159337	3.225715784	2.358706876	2.551970409

表7 期別の平均在庫品切れ量 (SVaR)

	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	0	0	9.4278E-05	6.6491E-05	0.0648162
ケース2	0	0	0.00048992	0.00021067	0.0648162
ケース3	0	0	0.00206363	0.00072807	0.0648162
ケース4	0	0	0.00698159	0.00185047	0.0648162
ケース5	0	0	0.01933981	0.00335099	0.0648162
ケース6	0	0	0.04343295	0.00636113	0.0648162
ケース7	0	0	0.08843684	0.01157605	0.0648162
ケース8	0	0	0.1721984	0.01970888	0.0648162
ケース9	0	7.0654E-05	0.31674197	0.03229978	0.0648162
ケース10	0	0.00034428	0.54977285	0.05150605	0.0648162
ケース11	0	0.00151803	0.90255091	0.08004713	0.0648162

表8 $((\varepsilon \times AVaR) - SVaR)$ の絶対値

	1期	2期	3期	4期	5期
ケース1	6.35068E-23	1.26976E-11	0.000256039	0.000284395	0.002341837
ケース2	1.61296E-21	1.36382E-10	0.00056423	0.000461801	0.002341837
ケース3	3.67434E-20	1.29954E-09	0.000882186	0.000529072	0.002341837
ケース4	7.50854E-19	1.09914E-08	0.000671682	0.00044246	0.002341837
ケース5	1.37667E-17	8.25678E-08	0.00083107	0.000730086	0.002341837
ケース6	2.26508E-16	5.5127E-07	0.001704609	0.000728697	0.002341837
ケース7	3.34512E-15	3.27391E-06	0.00058618	0.000448773	0.002341837
ケース8	4.43523E-14	1.73113E-05	0.000850572	0.000207857	0.002341837
ケース9	5.28098E-13	1.09352E-05	0.002914462	7.58603E-05	0.002341837
ケース10	5.64851E-12	1.08882E-06	0.005382178	0.000561839	0.002341837
ケース11	5.42901E-11	0.000227673	0.0066217	0.001321733	0.002341837

(考察)

- ① $SVaR$ と $e \times AVaR$ の差異は、最大0.0066（ケース11，3期）である。
- ② $AVaR$ が2.5以上となる（リスクが極端に大きい場合）を除けば、表8の値は最大0.0017（ケース6，3期）あるいは、0.0013（ケース11，4期）である。
- ③ 今回の実験範囲では、(10)式は、一定の精度のもとで成立することが示された。

6. 多期間の在庫管理のリスク評価尺度

前章までは1期間を想定し、代表的なリスク評価尺度と在庫管理における指標との関係を述べた。しかし、通常、在庫計画期間は、多期間であり、これに対する指標として、従来は、未達率が提案されてきた [2-5]。この指標は、「多期間において少なくとも1期以上の在庫切れが生ずる確率」を意味している。ここでは、多期間のリスク評価尺度を考案する。

リスク評価尺度として下記の2つを提案し、その妥当性を数値計算により検証する。

- ① 多期間の在庫量合計をベースに考えた時のリスク評価尺度
- ② 多期間の在庫品切れ量合計をベースに考えた時のリスク評価尺度

6. 1 多期間の在庫量合計をベースに考えた時のリスク評価尺度

各期の在庫量を S_i とし、各期間トータルの在庫量合計を TS とすると、

$$TS = S_1 + S_2 + \dots + S_n \quad (14)$$

である。

S_i が正規分布であるとする、 TS も正規分布となるので、4. 3節の結果が活用できる。各期の需要のばらつきを ω_i とすると、平均値、分散、共分散は以下のとおりである。

$$E(TS) = E\left(\sum_{i=1}^n S_i\right) = \sum_{i=1}^n \{E(S_i)\} \quad (15)$$

$$VAR(S_i) = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \dots + \omega_i^2$$

$$COV(S_i, S_j) = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \dots + \omega_j^2 (i > j)$$

を用いればよい。

6. 2 多期間の在庫品切れ量合計をベースに考えた時のリスク評価尺度

—多期間のAVaR対応のリスク評価尺度の提案—

従来の期間トータルの未達率 SO_n は、「すべての期の在庫量が0以上で（在庫品切れがない）ない確率」として定義され、下記のようにあらわされる。

各期の在庫量を S_i 、各期の在庫品切れ量を \bar{S}_i として、

$$SO_n \equiv 1 - \text{Pr ob} \left\{ (S_1, S_2, \dots, S_n) \mid \bigcap_i S_i \geq 0 \right\} \quad (16)$$

となる。次に、AVaR対応の確率を2つ定義する。

1つ目は、各期間(i)のAVaR(i)から定義される「各期間から合成されるAVaR未達率 (Unfulfilled-order-rate for aggregation)」であり、下記のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} SO_n^{(agr)} &\equiv 1 - \text{Pr ob} \left\{ (S_1, S_2, \dots, S_n) \mid \bigcap_i S_i \geq -AVaR^{(i)} \right\} \\ &= 1 - \text{Pr ob} \left\{ (\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n) \mid \bigcap_i \bar{S}_i < AVaR^{(i)} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

2つ目は、「期間トータルのAVaR未達率 (Unfulfilled-order-rate for multi-period)」であり、下記のようにあらわされる。

$$\overline{SVaR} \equiv \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n = \sum_{t=1}^n \bar{S}_t \quad (18)$$

$$\overline{AVaR} = \frac{\overline{SVaR}}{SO_n} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} SO_n^{(multi)} &= 1 - \text{Pr ob}(\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n \mid \overline{SVaR} \leq \overline{AVaR}) \\ &= \text{Pr ob}(\bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n \mid \overline{SVaR} > \overline{AVaR}) \end{aligned} \quad (20)$$

なお、 \overline{AVaR} が「多期間のAVaR対応のリスク評価尺度」に相当する。

計算法について述べる。

(16)(17)式に示される SO_n 、 $SO_n^{(agr)}$ は、期別在庫量の n 次元分布に従う尺度であり、 $SO_n^{(multi)}$ は、在庫品切れ量合計の1次元の分布に従う。

一般に、在庫品切れ量の分布は、正規分布とは限らない。分布形状によらずに(20)式に基づく計算を行う。

6. 3 多期間のAVaR対応のリスク評価尺度の検証

(17)(20)式にてあらわされる2つのAVaR未達率を比較することにより、 \overline{AVaR} は、「多期間のAVaR対応のリスク評価尺度」としての妥当性があることの検証を行う。

結果を表9, 10に示す。表9において, 例えば, AVaR(i)はi期の指標であることを表す。

表9 期別リスク評価尺度

		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
ケース 1	SVaR(i)	0	0	9.42781E-05	6.64907E-05	0.064816203
	SOn(i)	2.08882E-22	2.06046E-11	0.000266003	0.000232629	0.026316151
	AVaR(i)	0.304032322	0.616251492	1.316966462	1.508347589	2.551970409
ケース 2		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0	0.00048992	0.000210666	0.064816203
	SOn(i)	5.12963E-21	2.10401E-10	0.000748082	0.00042906	0.026316151
ケース 3	AVaR(i)	0.31443992	0.648201776	1.409136467	1.567302456	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0	0.00206363	0.000728073	0.064816203
ケース 4	SOn(i)	1.12859E-19	1.90133E-09	0.001946209	0.000770985	0.026316151
	AVaR(i)	0.325569315	0.683492233	1.513617766	1.63057021	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
ケース 5	SVaR(i)	0	0	0.006981589	0.001850466	0.064816203
	SOn(i)	2.22478E-18	1.52099E-08	0.004687384	0.001349898	0.026316151
	AVaR(i)	0.337496522	0.722649565	1.632738137	1.69859193	2.551970409
ケース 6		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0	0.019339814	0.003350988	0.064816203
	SOn(i)	3.92987E-17	1.07747E-07	0.010460668	0.002303266	0.026316151
ケース 7	AVaR(i)	0.350308349	0.766311346	1.769365384	1.771864003	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0	0.043432945	0.00636113	0.064816203
ケース 8	SOn(i)	6.22096E-16	6.76193E-07	0.021654071	0.003830381	0.026316151
	AVaR(i)	0.364104337	0.815255017	1.927043431	1.850945862	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
ケース 9	SVaR(i)	0	0	0.088436845	0.01157605	0.064816203
	SOn(i)	8.82619E-15	3.76123E-06	0.041632258	0.006209665	0.026316151
	AVaR(i)	0.378999106	0.870435822	2.110158515	1.936468786	2.551970409
ケース 10		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0	0.172198404	0.019708877	0.064816203
	SOn(i)	1.12249E-13	1.85537E-05	0.074457337	0.009815329	0.026316151
ケース 11	AVaR(i)	0.395125243	0.93303678	2.324135991	2.029145892	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	7.06535E-05	0.316741967	0.032299781	0.064816203
ケース 12	SOn(i)	1.27981E-12	8.12204E-05	0.124106539	0.01513014	0.026316151
	AVaR(i)	0.41263684	1.0045349	2.57566144	2.129783392	2.551970409
		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
ケース 13	SVaR(i)	0	0.000344279	0.549772852	0.051506055	0.064816203
	SOn(i)	1.30839E-11	0.000315783	0.193238115	0.022750132	0.026316151
	AVaR(i)	0.431713881	1.086789364	2.872906458	2.239293197	2.551970409
ケース 14		1 期	2 期	3 期	4 期	5 期
	SVaR(i)	0	0.001518026	0.902550909	0.080047131	0.064816203
	SOn(i)	1.1996E-10	0.001091522	0.281851431	0.033376508	0.026316151
ケース 15	AVaR(i)	0.452567698	1.182159337	3.225715784	2.358706876	2.551970409

表10 多期間のAVaR対応のリスク評価尺度

	\overline{SVaR}	SO_n	\overline{AVaR}	$SO_n^{(agr)}$	$SO_n^{(multi)}$	$SO_n^{(agr)} - SO_n^{(multi)}$
ケース 1	0.064977	0.0277	2.345739	0.0096	0.011	-0.0014
ケース 2	0.0655168	0.0278	2.356719	0.0096	0.0108	-0.0012
ケース 3	0.0676079	0.0282	2.3974434	0.0097	0.0105	-0.0008
ケース 4	0.0736483	0.0291	2.530868	0.0103	0.0106	-0.0003
ケース 5	0.087507	0.0321	2.7260749	0.0124	0.0118	0.0006
ケース 6	0.1146103	0.039	2.9387251	0.016	0.0141	0.0019
ケース 7	0.1648291	0.0544	3.0299466	0.0221	0.019	0.0031
ケース 8	0.2567235	0.081	3.1694257	0.0323	0.0276	0.0047
ケース 9	0.4139286	0.1264	3.2747516	0.0503	0.0432	0.0071
ケース 10	0.6664394	0.197	3.3829411	0.0781	0.0689	0.0092
ケース 11	1.0489323	0.2792	3.7569207	0.1149	0.0987	0.0162

(考察)

- ① $SO_n^{(agr)}$ と $SO_n^{(multi)}$ の差異は、最大で、0.0162（ケース11）である。このケースは、従来の未達率の尺度では約28%程度であり、値が高い（在庫品切れが多い）ケースである。未達率がせいぜい20%程度の範囲では、差違の最大は、0.0092（ケース10）である。
- ② 今回の実験範囲では、一定の精度のもとで、 $SO_n^{(agr)}$ と $SO_n^{(multi)}$ の値は、ほぼ同等であるといえる。

以上のことから、提案した \overline{AVaR} は、「多期間のAVaR対応のリスク評価尺度」として、妥当である。このリスク評価尺度は、「計画期間における平均在庫品切れ量の和」を従来からの「未達率」で除したものであり、計算が簡易であり、実用性が高いと思われる。

7. 在庫管理におけるリスク評価尺度のまとめ

今までの議論にて現れた在庫管理にかかわるリスク評価尺度について、表11にまとめておく。

表11 在庫管理におけるリスク評価尺度のまとめ（多期間の場合）

	リスク判断基準	確率表現	リスク量表現
VaR 概念	0	$SO_n = 1 - Prob\left\{(S_1, S_2, \dots, S_n) \mid \bigcap_i S_i \geq 0\right\}$	—
AVaR 概念	AVaR	$SO_n^{(agr)} = 1 - Prob\left\{(S_1, S_2, \dots, S_n) \mid \bigcap_i S_i \geq -AVaR^{(i)}\right\}$	$AVaR^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$
	多期間AVaR	$SO_n^{(multi)} = 1 - Prob(\overline{S}_1 + \overline{S}_2 + \dots + \overline{S}_n \mid \overline{SVaR} \leq \overline{AVaR})$ ただし $\overline{SVaR} = \sum_{i=1}^n \overline{S}_i$ $\overline{AVaR} = \frac{\overline{SVaR}}{SO_n}$	\overline{AVaR}

8. おわりに

内示生産システムにおける在庫管理に資するレジリエンス向上を目指したリスク評価尺度を考案した。

- (1) 未達率と VaR の関係を明らかにした。
- (2) 平均在庫品切れ量と $AVaR$ の関係を明らかにし、数値実験により検証した。
- (3) 多期間のリスク評価尺度を考案した。多期間の $AVaR$ 対応のリスク評価尺度として、 $SO_n^{(multi)}$ を提案した。これは、「計画期間における平均在庫品切れ量の和」を従来からの未達率で除したものであり、計算が簡易である。多期間の生産計画作成において、リスク評価を行うための実用的な尺度になると思われる。

今後の予定は、

- (1) 数値計算の精度向上
乱数の発生回数を10万回程度として、計算の精度向上をはかることや需要量分布のばらつき（標準偏差）の影響を調べること。
- (2) 提案した2つの $AVaR$ 対応の未達率の関係の理論的取扱いと差違の正規化法の開発
- (3) 提案した多期間の $AVaR$ 対応のリスク評価尺度と従来のリスク評価尺度との関係の明確化
- (4) 提案した多期間の $AVaR$ 対応のリスク評価尺度を用いた生産計画の作成への活用法の開発を行っていく。

謝 辞

本研究を遂行するに当たり有益な助言、情報提供等を賜りましたRMWG（主査岩田一明先生）をはじめ諸氏に深く感謝致します。

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費基盤研究(C)-25350452による助成を受けています。

参考文献

- [1] 上野信行：「内示情報と生産計画－持続可能な社会における先行需要情報の活用－」，朝倉書店（2011）
- [2] 上野信行，高橋周平，奥原浩之：内示情報を用いた生産計画システムの分類と活用手順，日本経営システム学会誌，28－1，pp.27－36（2011）
- [3] N. Ueno, K.Okuhara, H.Ishii, H. Shibuki and T. Kuramoto：Multi-item Production Planning and Management System Based on Unfulfilled Order Rate in Supply Chain, Journal of the Operations Research Society of Japan, 50－3，pp.201-218（2007）
- [4] 上野信行，川崎雅也，奥原浩之：内示情報を用いた未達率による生産計画システムの提案，システム制御情報学会誌，23－7，pp.147－156（2010）
- [5] 上野信行，角本清孝，奥原浩之：内示情報を用いた未達率による生産計画システムの提案（Ⅱ）－未達率尺度の特性解析と基点在庫方策との比較－，システム制御情報学会誌，24－3，

pp.43 – 53 (2011)

- [6] E.Hollnagel, D.D.Woods, N.Leveson, 北村正晴 (監訳) : レジリエンスエンジニアリング概念と指針, 日科技連 (2012)
- [7] S.T.Rachev, S.V.Stoyanov and F.J.Fabozzi : Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimization, John Wiley & Sons,Inc (2008)
- [8] R.T.Rockafellar and S.Uryasev : Conditional value-at-risk for general loss distributions, Journal of Banking & Finance, Vol.26, No.7, pp1443-1471 (2002)
- [9] 岩沢宏和 : リスク・セオリーの基礎, 培風館 (2010)