

広島県立大学紀要 第15巻 第2号(通巻第26号)
2004年(平成16年)2月抜刷

3 資源 Hogg-Huberman モデルにおける時間に依存する再評価率の効果

栗原 徹 哉・田 中 稔次朗

3 資源 Hogg-Huberman モデルにおける時間に依存する再評価率の効果

栗原 徹哉・田中 稔次朗

(2003年10月11日原稿受理)

Effects of time dependence of reevaluation rate on Hogg-Huberman model with three resources

Tetsuya KURIHARA and Toshijiro TANAKA

Abstract

Effects of time dependence of reevaluation rate on Hogg-Huberman model with three resources is investigated. The time-dependent-reevaluation rate is determined by payoff that agents have obtained from each resource. It is found that the dynamical behavior of the present model is suppressed to be smaller than that in the case of constant reevaluation rate. The benefit of all agents is also calculated.

1. はじめに

近年, Hogg と Huberman は相互関係にある多様なエージェントが幾つかの資源から資源選択する場合に, 不確かで時間遅れの情報を基に意思決定をし, 利益を得るように資源を利用するモデル (Hogg-Huberman モデル) を提案した¹⁾. このモデルは, システム環境を表すパラメータを変化させることにより, 収束や周期振動, カオスといった様々な現象を示すことが知られている. また, 潮と本中は Hogg-Huberman モデルを時間について離散化したモデル (離散時間 Hogg-Huberman モデル) を考案し, そのダイナミクスについて報告している^{2,3)}.

本研究の目的は, 3 資源が存在する離散時間 Hogg-Huberman モデルにおいて, 時間に依存する再評価率の導入のシステムダイナミクスに対する影響について調べることである. 再評価率に時間依存性をもたせた 3 資源 Hogg-Huberman モデルは, これまで調べられていない. 我々はこのシステムの定式化を行い, シミュレーションによって資源利用に関するエージェントの時間発展を研究した. その結果, エージェントのカオスや周期的挙動が, ある程度抑制されることが分かった. また, バイアスをもたせる戦略を用いることで, 利益率がさがるとはあるものの, 情報の不正確を大幅に変更するのと同等の制御が可能であることが分かった.

2. 離散時間 Hogg-Huberman モデル

不確かで時間遅れのある情報をもとに、3つの資源を繰り返し利用し続ける離散時間 Hogg-Huberman モデルについて述べる。Hogg-Huberman モデルを3資源系に拡張するため、本論文では資源3を資源2と同じ機能を有する資源と仮定して導入する。

ある離散時刻 k において、3つの資源（資源1・資源2・資源3）をもつシステムで資源1を利用するエージェントの割合を $f_1(k)$ 、資源2を利用するエージェントの割合を $f_2(k)$ 、資源3を利用するエージェントの割合を $f_3(k)$ とする。ただし、 $f_1(k) + f_2(k) + f_3(k) = 1$ である。全体のうちの割合 α のエージェントが、利用する資源の再評価を行う。そして、再評価を行ったエージェントは、次の離散時刻 $(k+1)$ において確率 $\rho_r(k) (r=1,2,3)$ でそれぞれ資源1、資源2または資源3を選択する。再評価を行わなかった割合 $(1-\alpha)$ のエージェントは、次の離散時間でも時刻 k と同じ資源を利用する。したがって、 $f_r(k)$ の時間発展は以下のように表される⁴⁾。

$$f_r(k+1) = f_r(k) + \alpha\{\rho_r(k) - f_r(k)\}, \quad (1)$$

ただし、再評価を行ったエージェントが資源 r を好む確率 $\rho_r(k)$ は

$$P_r(k) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{G_r(f_r(k-\tau)) - G_0(k-\tau)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right], \quad (2)$$

を規格化したものである。

$$\rho_r(k) = \frac{P_r(k)}{P_1(k) + P_2(k) + P_3(k)}, \quad (3)$$

$\operatorname{erf}(x)$ は誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} dt, \quad (4)$$

G_1, G_2, G_3 はそれぞれ次のように表される。

$$G_1(f_1(k)) = a + 7f_1(k) - \frac{16}{3}\{f_1(k)\}^2, \quad (5)$$

$$G_r(f_r(k)) = 7 - 3f_r(k) \quad (r=2,3), \quad (6)$$

ただし、 a はコントロールパラメータである。 $G_0(k-\tau)$ は3つの資源から得られる平均利益を表す。

$$G_0(k-\tau) = \frac{1}{3}\{G_1(k-\tau) + G_2(k-\tau) + G_3(k-\tau)\}, \quad (7)$$

ここで、 σ は情報の不確かさを表すパラメータであり、 $0 < \sigma \ll 1$ の場合には情報が正確に伝わり、エージェントはより高い利益をもたらす資源に集中する。一方、 $\sigma \rightarrow +\infty$ の場合は情報が正確に伝わらず、エージェントは2つの資源を等確率で選択する。また、エージェントは、 τ 時間前にどちらの資源からより多くの利益を受けたかという時間遅れの情報をもとに、資源の再評価を行う。本論文では、 $\tau = 1$ として議論を行う。

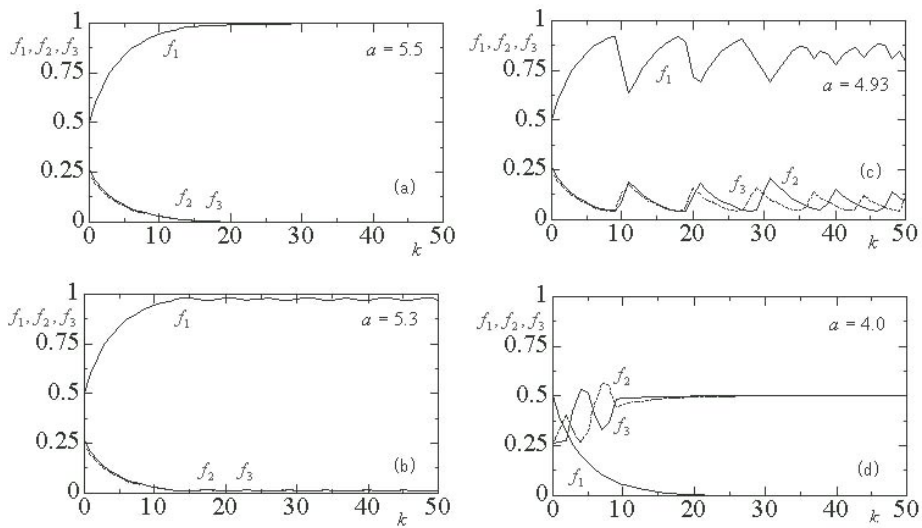


図1 資源 $r(r = 1, 2, 3)$ を利用するエージェントの割合 f_r の時間発展

エージェントが資源1から受ける利益を変化させた場合、つまりコントロールパラメータ a を動かした場合の資源 $r(r = 1, 2, 3)$ を利用するエージェントの割合の時間変化を図1に示す。シミュレーション結果より、コントロールパラメータ a の値を小さくするに従い、

1. 資源1の独占状態 ($f_1 = 1, f_2 = 0, f_3 = 0$)
2. $f_2 = f_3$ のカオス
3. $f_2 \neq f_3$ の非対称カオス
4. 資源1の開店休業状態 ($f_1 = 0, f_2 = f_3 = 0.5$)

の4つの典型的な運動が現れることが分かる。

さらに、3資源系においても、図2に示されるように Hogg と Huberman が用いたカオス制御は有効であることが分かった。

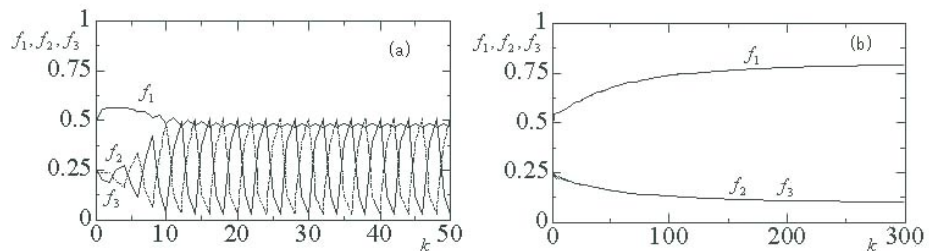


図2 $f_2 \neq f_3$ の振動 (a) にバイアスをかけて制御 (b)

このカオス制御を行うことで、カオス・周期振動といった振る舞いを示すシステムにおけるエージェントの全体の利益も制御できる。さらに、図3よりバイアスを与えた場合のほうが、カオスを示している場合に比べ全体利益が増加していることが分かる。

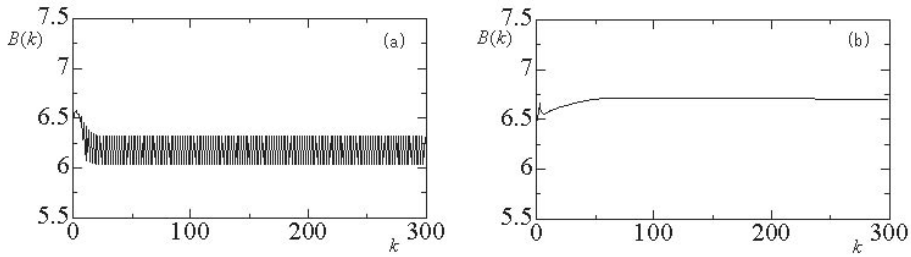


図3 バイアス導入前 (a) と導入後の全体利益 (b)

3. 時間に依存する再評価率の導入

これまでに研究されてきた3資源 Hogg-Huberman モデルにおける資源の再評価率は、時間に依存せずコンスタントであった。しかし、一般的には再評価率は時間に依存し、さらに他の資源を利用しているエージェントの利益に依存すると考えるのが妥当である⁵⁾。本論文では、現実のシステムをより反映した新しい再評価率を導入する。時刻 k で資源1, 資源2及び資源3を利用していたエージェントがその利用を再評価する割合をそれぞれ $\alpha_1(k)$, $\alpha_2(k)$, $\alpha_3(k)$ とし、次のように表す。

$$\alpha_r(k) = g(\beta_r(k)), \quad (8)$$

ただし、ここでは $g(x)$ を

$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{x/z}}, \quad (9)$$

と仮定する。なお、 z は時間依存度を表すパラメータである。さらに $\beta_1(k)$, $\beta_2(k)$, $\beta_3(k)$ をそれぞれ

$$\beta_r(k) = \frac{B_r(k) - B_0(k)}{B_1(k) + B_2(k) + B_3(k)}, \quad (10)$$

と表す。各々の資源を利用しているエージェント全体の利益 $B_r(k)$ ($r = 1, 2, 3$) は、以下の式で与えられる。

$$B_r(k) = f_r(k - \tau)G_r(f_r(k - \tau)), \quad (11)$$

また、 $B_0(k - \tau)$ は3つの資源から得られる平均利益であり、

$$B_0(k) = \frac{1}{3}\{B_1(k - \tau) + B_2(k - \tau) + B_3(k - \tau)\}, \quad (12)$$

である。これにより、時刻 $(k + 1)$ で資源 r ($r = 1, 2, 3$) を利用しているエージェントの割合は、以下の式で表される。

$$f_r(k + 1) = f_r(k)(1 - \alpha_r(k)) + \rho_r(f_1(k)\alpha_1(k) + f_2(k)\alpha_2(k) + f_3(k)\alpha_3(k)). \quad (13)$$

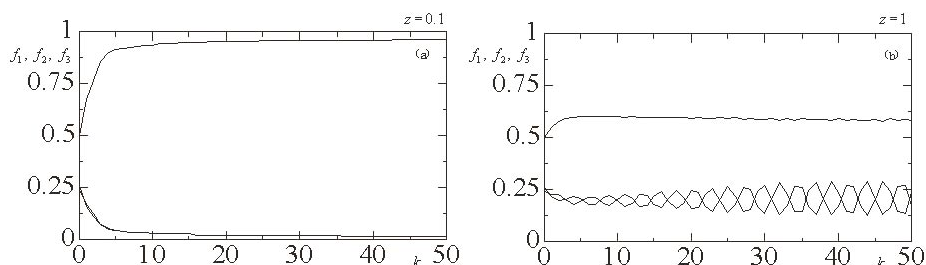


図4 時間依存再評価率を用いたエージェントの時間変化
(a) $z = 0.1$, (b) $z = 1$

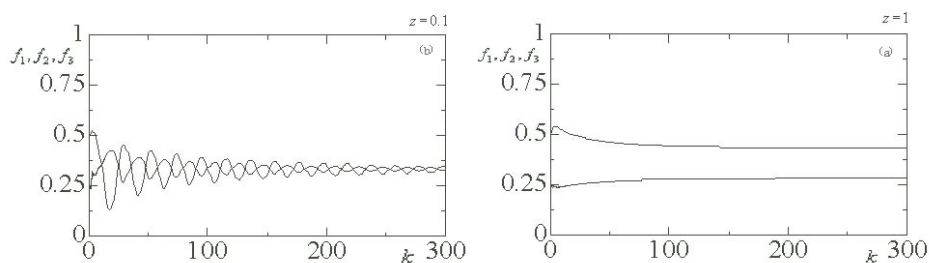


図5 バイアス制御モデル
(a) $z = 0.1$, (b) $z = 1$

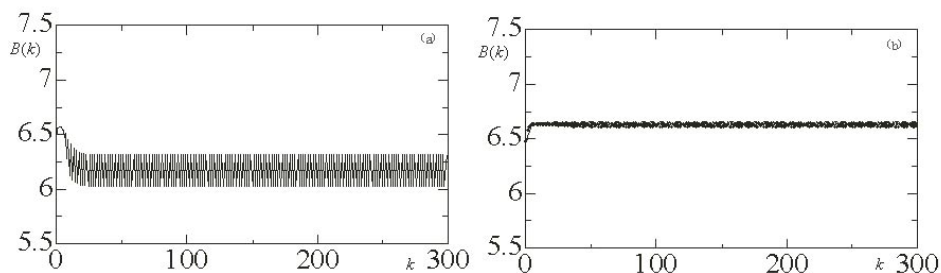


図6 時間依存再評価率の導入前と導入後の全体利益の変化

4. シミュレーションと考察

前述の再評価率を用いて情報の不確かさ σ やコントロールパラメータ z , 情報の時間遅れ τ を変化させて, システムのダイナミクスを調べる。図4は $a = 4.5$, $\sigma = 0.25$, $\tau = 1$ の状況下において z の値を変化させた $f_r(k)$ の時系列, 図5はさらにそのシステムに対するバイアス制御の結果を表す。また, 図6に時間依存再評価率の導入前と導入後の利益関数の推移を示す。

これらの図から, 時間に依存する再評価率を用いることによりシステムは安定性を増すことが分かる。パラメータ z の値が小さい場合, エージェントは利益の変動に敏感になる。このため, より多くのエージェントが再評価を行い, 結果的に資源の独占状態を加速させる。 z の値が大きい場合にも, 3資源 Hogg-Huberman モデルのエージェントの振る舞いと比べ, 振動の幅が小さくなる。また, バイアスをかけたモデルでは, 3資源モデルと同様にカオスや周期振動を制御できる。しかし, z の値が小さい場合には情報を不正確にした場合同様, エージェントは等確率で資源を

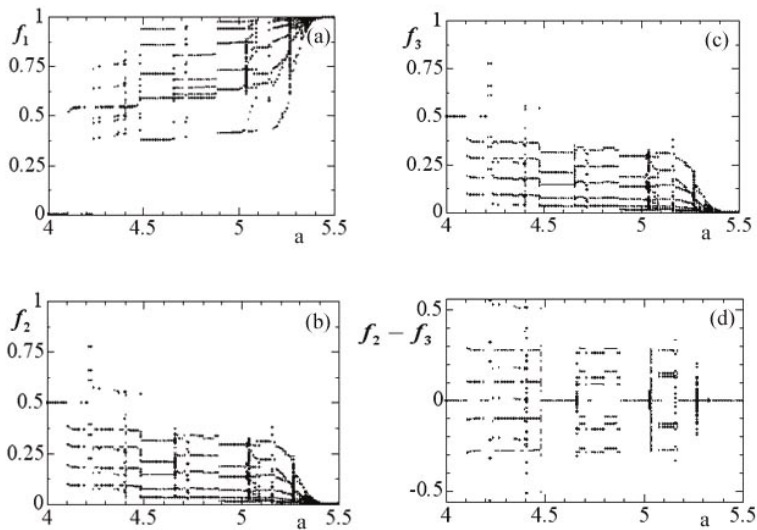


図7 再評価率時間依存モデルにおける分岐図

利用するようになる。これは3資源モデルには見られなかった挙動であり、システム全体の利益は損なわれるとはいえ、独占市場を均衡市場に様変わりさせることができる点から、非常に興味深い振る舞いである。

次に、コントロールパラメータ a の値を4.0~5.5まで変化させて、エージェントの割合を時系列で表した(図7)。この分岐図で注目すべき点は、 $a = 4.2$ 付近において資源1の利益率を上昇させたにもかかわらず、資源1を利用するエージェントの割合が再度、限りなく0に近づいていることである。これはサービスを良くするだけでは顧客が集まらないという現実問題を反映しており、非常に興味深いものであるといえることができる。

5. おわりに

本論文では、3資源系離散時間 Hogg-Huberman モデルにおけるエージェントのダイナミクスや、時間に依存する再評価率の導入の効果について研究した。3資源モデルではコントロールパラメータの値により、資源1の独占状態や $f_2(k) = f_3(k)$ のカオス状態、同じ機能を有するシステム上における $f_2(k) \neq f_3(k)$ の非対称カオス状態を示すことが分かった。また、3資源モデルにおいてもリワードメカニズムによりシステムが制御されることが分かった。次に、時間に依存する再評価率を用いることにより、3資源モデルにおいて現れていたカオスや周期振動を抑えることができる。また、バイアスを与えることにより、全体利益が減少するものも出現するが、振動を大きく抑制する効果があり、またシステムに創発的な挙動が見られることが分かった。

参考文献

- 1) B. A. Huberman and T. Hogg, "The Ecology of Computation", ed. B. A. Huberman (North-Holland, Amsterdam), pp. 77 (1988).

- 2) 今森 丈博, 潮 俊光, “バイアスを用いた離散時間 Hogg-Huberman 戦略”, 電子情報通信学会論文誌, pp.2097-2102 (1997).
- 3) 潮 俊光, “カオス制御”, 朝倉書店 (1996).
- 4) M.Inoue, T.Tanaka, N.Takagi and J.Shibata, Physica A 312, pp.627-635 (2002).
- 5) T.Tanaka, J.Shibata and M.Inoue, "On reevaluation rate in discrete time Hogg-Huberman model", Computer Physics Communications 146, pp.118-121 (2002)